Profesor:
Fortunato Mendoza

PITAGORAS
ACADEMIA

ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

DIVISIBILIDAD

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD Y RESTOS POTENCIALES

DIVISIBILIDAD

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Es un conjunto de reglas que aplicadas a las cifras de un numeral, nos permite establecer entre qué módulos es divisible dicho numeral; en caso contrario nos permitirá calcular el residuo de manera directa.

1) Divisibilidad por 2^n o 5^n

Un número es divisible por 2^n o 5^n; sólo si el numeral formado por sus "n" últimas cifras es divisible por 2^n o 5^n respectivamente.

Sea $N = \overline{abcde}$

• Por 2^1:	Si $N = \overset{\circ}{2} \rightarrow e = \overset{\circ}{2}$
• Por 2^2:	Si $N = \overset{\circ}{4} \rightarrow \overline{de} = \overset{\circ}{4}$
• Por 2^3:	Si $N = \overset{\circ}{8} \rightarrow \overline{cde} = \overset{\circ}{8}$
• Por 5^1:	Si $N = \overset{\circ}{5} \rightarrow e = \overset{\circ}{5}$
• Por 5^2:	Si $N = \overset{\circ}{25} \rightarrow \overline{de} = \overset{\circ}{25}$ $\overline{de} = 00; 25; 50; 75$
• Por 5^3:	Si $N = \overset{\circ}{125} \rightarrow \overline{cde} = \overset{\circ}{125}$ $\overline{cde} = 000; 125; 250; \ldots$

Sea $N = \overline{abc438}$

Como $38 = \overset{\circ}{4} + 2 \rightarrow N = \overset{\circ}{4} + 2$

2) Divisibilidad por 3 o 9

Un número es divisible por 3 o 9; sólo si la suma de sus cifras es un múltiplo de 3 o 9 respectivamente.

Sea : $N = \overline{abcde}$

• Si $N = \overset{\circ}{3} \rightarrow a+b+c+d+e = \overset{\circ}{3}$
• Si $N = \overset{\circ}{9} \rightarrow a+b+c+d+e = \overset{\circ}{9}$

Sea $N = 2736$

Como $2+7+3+6 = 18 = \overset{\circ}{9}$

$\rightarrow N = \overset{\circ}{9}$

3)Divisibilidad por 11

Un numeral es divisible por 11; sólo si la suma de sus cifras de órdenes impares menos la suma de sus cifras de órdenes pares es un múltiplo de 11.

Sea : $N = \overline{a\,b\,c\,d\,e}$ ←

$+ \; - \; + \; - \; +$

Si $N = \overset{\circ}{11} \longrightarrow a - b + c - d + e = \overset{\circ}{11}$

Nota

Sea el # 6 2 8 9 7

$+ \; - \; + \; - \; +$

$\Rightarrow 6 - 2 + 8 - 9 + 7 = 10 = \overset{\circ}{11} + 10$

Sea $A = 6285$

Como $6 + 2 + 8 + 5 = 21 = \overset{\circ}{9} + 3$

$\longrightarrow A = \overset{\circ}{9} + 3$

DIVISIBILIDAD

4) Divisibilidad por 7

Sea : $N = \overline{a\,b\,c\,d\,e\,f}$

-2 -3 -1 2 3 1 ←

- Si $N = \overset{\circ}{7} \rightarrow (-2a - 3b - c + 2d + 3e + f) = \overset{\circ}{7}$

5) Divisibilidad por 13

Sea : $N = \overline{a\;b\;c\;d\;e\;f}$

4 3 -1 -4 -3 1 ←

Si $N = \overset{\cdot}{13}$ → $\boxed{4a+3b-c-4d-3e+f=\overset{\cdot}{13}}$

6) Divisibilidad por 33 ó 99

Un número es divisible por 33 ó 99 sólo si la suma de sus bloques de dos cifras tomadas a partir del menor orden es múltiplo de 33 ó 99 respectivamente.

Sea : $N = \overline{a\,b\,c\,d\,e\,f}$ ←

- Si $N = \overset{\circ}{33} \rightarrow \overline{ef} + \overline{cd} + \overline{ab} = \overset{\circ}{33}$
- Si $N = \overset{\circ}{99} \rightarrow \overline{ef} + \overline{cd} + \overline{ab} = \overset{\circ}{99}$

CRITERIO GENERAL DE DIVISIBILIDAD

Sea $\overline{abcde}_k = \dot{m}$

Se cumple: $ak^4 + bk^3 + ck^2 + dk \overset{\text{le}}{=} \dot{m}$

Método Práctico

Ejemplo 1:

Si $\overline{a\ b\ c\ d\ e\ f} = \dot{7}$

5 4 6 2 3 1

x10 x10 x10 x10 x10

$10 = \dot{7} + 3$

$30 = \dot{7} + 2$

$20 = \dot{7} + 6$

$60 = \dot{7} + 4$

$40 = \dot{7} + 5$

Se cumple:

$5a + 4b + 6c + 2d + 3e + f = \dot{7}$

También:

$-2a - 3b - 1c + 2d + 3e + f = \dot{7}$

Ejemplo 2:

Si $\overline{a\ b\ c\ d\ e\ f}_{(9)} = \dot{7}$

4 2 1 4 2 1

x9 x9 x9 x9 x9

$9 = \dot{7} + 2$

$18 = \dot{7} + 4 = \dot{7} - 3$

$36 = \dot{7} + 1$

Se cumple:

$4a + 2b + c + 4d + 2e + f = \dot{7}$

También:

$-3a + 2b + c - 3d + 2e + f = \dot{7}$

Casos particulares

a) Divisibilidad por "n-1" en base "n"

$$\text{Si}: \overline{abcde}_{(n)} = \overset{o}{(n-1)} \longrightarrow \boxed{a+b+c+d+e = \overset{o}{(n-1)}}$$

Para $n=10$

Si $\overline{abcde} = \dot{9}$

$\longrightarrow a+b+c+d+e = \dot{9}$

Ejemplo:

$Si:\ \overline{x3x1}_8 = \dot{7}$

$x+3+x+1 = \dot{7} \longrightarrow 2x+4 = \dot{7} \longrightarrow x=5$

b) Divisibilidad por "n+1" en base "n"

$$\text{Si}: \underset{+\,-\,+\,-\,+}{\overline{abcde}_{(n)}} = \overset{o}{(n+1)} \longrightarrow \boxed{a-b+c-d+e = \overset{o}{(n+1)}}$$

Para $n=10$

Si $\underset{+\,-\,+\,-\,+}{\overline{abcde}} = \dot{11}$

$\longrightarrow a-b+c-d+e = \dot{11}$

Ejemplo:

$Si:\ \underset{-\,+\,-\,+}{\overline{2x4x}_8} = \dot{9}$

$-2+x-4+x = \overset{o}{9} \longrightarrow 2x-6 = \overset{o}{9} \longrightarrow x=3$

$0 = \dot{9}$ ✓

RESTOS POTENCIALES

Se llama restos potenciales de un entero “E” (diferente de cero) respecto a un módulo “m”, a los residuos que dejan la sucesión de potencias enteras y positivas de E al ser divididas entre el módulo ‘m’.

Así si tenemos las potencias: E^0; E^1; E^2; E^3; .....

Entonces:

$$E^0 = \overset{\circ}{m} + r_1;\ E^1 = \overset{\circ}{m} + r_2;\ E^2 = \overset{\circ}{m} + r_3;\ E^3 = \overset{\circ}{m} + r_4;\ .....$$

Donde: $r_1; r_2; r_3;$ ..... ,son los restos potenciales de E respecto al módulo m

GAUSSIANO (G)

Se llama gaussiano de un entero E respecto a un módulo m a la cantidad de restos potenciales diferentes entre sí y diferentes de cero, que se repiten ordenada y periódicamente.

Ejemplo:

Calcular los resto potenciales de 16 respecto al módulo 9.

$$16^0 = \overset{o}{9}+1 \qquad 16^3 = \overset{o}{9}+1 \qquad 16^6 = \overset{o}{9}+1$$

$$16^1 = \overset{o}{9}+7 \qquad 16^4 = \overset{o}{9}+7 \qquad 16^7 = \overset{o}{9}+7$$

$$16^2 = \overset{o}{9}+4 \qquad 16^5 = \overset{o}{9}+4 \qquad 16^8 = \overset{o}{9}+4$$

G = 3 G = 3

Los restos potenciales son: 1, 7, 4

El gaussiano es: G = 3 (G < Módulo)

$16^0 = 1 = 0+1 = \overset{o}{9}+1$

Interpretación: Sea $16^k = \overset{o}{9}+r$

$(\overset{o}{9}+7)^2 = \overset{o}{9}+49 = \overset{o}{9}+4$

Se cumple:

$r = 1 \leftrightarrow k = \overset{o}{3}$

$r = 7 \leftrightarrow k = \overset{o}{3}+1$

$r = 4 \leftrightarrow k = \overset{o}{3}+2$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

01. Si se sabe que : $\overline{4ab58a} = \dot{5}6$, hallar : a + b

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

Resolución:

$\overline{4ab58a} = \dot{5}6$ $\dot{8}$ $\dot{7}$

Como $56 = 2^3 . 7$

1°) Por 8: $\overline{58a} = \dot{8}$ → $\boxed{a = 4}$

2°) Por 7: $\overline{4\,4\,b\,5\,8\,4} = \dot{7}$

-2 -3 -1 2 3 1 ←

$-8 - 12 - b + 10 + 24 + 4 = \dot{7}$ → $18 - b = \dot{7}$

$\boxed{b = 4}$

∴ a+b=8

Clave: B

$8 = 2^3$

$\overline{58a}$ | 8
56 | 7 3
2a → a=4
24
0

$14 = \dot{7}$

$-20 + 38$

$\dot{7} = 7; 14; 21 \ldots$
0
$-7; -14; -21 \ldots$

56 | 2
28 | 2
14 | 2
7 | 7
1

02. Si se tiene el numeral de la forma $\overline{8ab432}$ que es múltiplo de 99; hallar a – b

A) 6 B) 4 C) -4 D) -6 E) 0

Resolución:

$35 + 27 = 62$

$37 + 25 = 62$

$$\overline{8ab432} = \dot{99}$$

Se cumple: $\overline{8a} + \overline{b4} + 32 = \dot{99}$

$$84 + \overline{ba} + 32 = \dot{99} \longrightarrow \overline{ba} + 116 = \dot{99}$$

$$\overline{ba} + \dot{99} + 17 = \dot{99} \longrightarrow \overline{ba} + 17 = \dot{99}$$

$$\overline{ba} = 82 \longrightarrow b=8\ ;\quad a=2$$

$\therefore$ a-b=-6

Clave: D

03. El número de la forma $\overline{aa0bbc}$ al ser dividido entre 4; 9 y 25 deja como residuo 2; 4 y 7 respectivamente. Hallar "a"

A) 6 **B) 4** **C) 2** **D) 0** **E) 3**

Resolución

$4 = 2^{2}$

$$\overline{aa0bbc} = \begin{cases} \dot{4} + 2 \longrightarrow \overline{bc} = \dot{4} + 2 \\ \dot{9} + 4 \\ \dot{25} + 7 \longrightarrow \overline{bc} = \dot{25} + 7 \end{cases}$$

$\overline{bc} = \begin{cases} 7 \times \\ 32 \times \\ 57 \times \\ 82 \checkmark \end{cases}$

$25 = 5^{2}$

Observación: $\overline{bc} = 82 \rightarrow b = 8 ; \; c = 2$

Reemplazando: $\overline{aa0882} = \dot{9} + 4$

$$2a + \underset{9}{18} = \dot{9} + 4 \longrightarrow 2a = \dot{9} + 4$$

$$a = 2$$

Clave: C

04. Si: $\overline{xy6yz} = 13\dot{7}5$, entonces $\overline{xyz}$ es divisible por:

A) 11 B) 13 C) 37 D) 17 E) 29

Resolución:

$\overline{xy6yz} = 13\dot{7}5$ $\begin{cases} 1\dot{2}5 \\ \dot{1}1 \end{cases}$

$125 = 5^3$

$$\begin{array}{r|l} 1375 & 5 \\ 275 & 5 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

Como: $1375 = 5^3 . 11$

1°) Por 125: $\overline{6yz} = 1\dot{2}5 \longrightarrow \overline{6yz} = 625 \rightarrow y = 2$, $z = 5$

$125(5) = 625$

2°) Por11: $\overline{x\,2\,6\,2\,5} = \dot{1}1$

+ - + - + ←

$x - 2 + 6 - 2 + 5 = \dot{1}1 \longrightarrow x + 7 = \dot{1}1$

$x = 4$

Luego: $\overline{xyz} = 425 = 5^2 . 17$

$$\begin{array}{r|l} 425 & 5 \\ 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

Como $\overline{xyz}$ es divisible por 17 **Clave: D**

5. Si $\overline{mnpm} = \dot{5}$; $\overline{\left(\frac{n}{2}\right)pm\left(\frac{n}{2}\right)} = \dot{7}$; $\overline{nmnp} = \dot{11}$

$0 = \dot{11}$

Calcule: m + p - n

A) 2 **B) 3** **C) 4** **D) 5** **E) 6**

Resolución

$\overline{mnpm} = \dot{5}$ ... (1)

$\overline{\left(\frac{n}{2}\right)pm\left(\frac{n}{2}\right)} = \dot{7}$ ... (2)

-1 2 3 1 ←

$\overline{nmnp} = \dot{11}$ ... (3)

De (1) $m = \dot{5} \longrightarrow m = 5$

De (2) $\cancel{\frac{n}{2}} + 2p + 3m + \cancel{\frac{n}{2}} = \dot{7}$

$2p + 15 = \dot{7} \longrightarrow p = 3$

En (3) $\overline{n5n3} = \dot{11} \longrightarrow -n + 5 - n + 3 = \dot{11}$

- + - +

$8 - 2n = \dot{11} \longrightarrow n = 4$

$\therefore m + p - n = 5 + 3 - 4 = 4$

Clave: C

$21 = \dot{7}$ ✓

6. Si se cumple :

$$\overline{a3524b} = \dot{3}3 + 21$$

$$\overline{5c27d4} = \dot{9}9 + 35$$

Calcule el residuo de dividir $\overline{abcd}$ entre 12, si a es máximo

A) 5 **B) 7** **C) 9** **D) 3** **E) 6**

Resolución

Se tiene

$$\overline{a3524b} = \dot{3}3 + 21 \quad \ldots(1)$$

$$\overline{5c27d4} = \dot{9}9 + 35 \quad \ldots(2)$$

* a es máximo

De (1) $\overline{a3} + 52 + \overline{4b} = \dot{3}3 + 21$

$$\overline{ab} + 52 + 43 = \dot{3}3 + 21$$

$$\overline{ab} + 74 = \dot{3}3 \longrightarrow \overline{ab} = 25; 58; 91$$

Como a es máximo $\longrightarrow \overline{ab} = 91$

De (2) $\overline{5c} + 27 + \overline{d4} = \dot{9}9 + 35$

$$54 + 27 + \overline{dc} = \dot{9}9 + 35$$

$$46 + \overline{dc} = \dot{9}9 \longrightarrow \overline{dc} = 53$$

Luego $\overline{abcd} = 9135 = \dot{1}2 + 3$

Rpta: 3

Clave: D

7. Determinar un numeral de la forma $\overline{1adcbmn}$ tal que al ser dividido entre 4, 9, 11 y 25 deja como residuo 1; 7; 3 y 7 respectivamente. Sabiendo además que: $\overline{ab} - \overline{cd} = 13$
Dar como respuesta (a + b + c + d + m + n)

A) 33 B) 24 C) 51 D) 42 E) 15

Resolución

Por dato

$$\overline{1adabmn} = \begin{cases} \dot{4} + 1 \longrightarrow \overline{mn} = \dot{4} + 1 \quad \ldots(1) \\ \dot{9} + 7 \quad +18 \\ \dot{11} + 3 \quad +22 \\ \dot{25} + 7 \longrightarrow \overline{mn} = \dot{25} + 7 \quad \ldots(2) \end{cases} \quad \ldots(3)$$

$\overline{ab} - \overline{cd} = 13$

De (1) y (2) $\quad \overline{mn} = 57$

En (3) $\quad \overline{1adcb57} = \dot{99} + 25 \longrightarrow 1 + \overline{ad} + \overline{cb} + 57 = \dot{99} + 25 \longrightarrow \overline{ab} + \overline{cd} + 33 = \dot{99}$

$\overline{ab} + \overline{cd} = 165 \longrightarrow 2\overline{ab} = 178 \longrightarrow \overline{ab} = 89 \quad ; \quad \overline{cd} = 76$

Piden $\quad a + b + c + d + m + n = 42$

Clave: D

8. Si: $\overline{pq569}_{(15)} = \dot{14} + 10$ **y** $\overline{5qp6q}_{(15)} = \dot{16} + 10$

Calcular: p . q

A) 44 **B) 55** **C) 66**

D) 77 **E) 88**

Resolución

Se tiene

$\overline{pq569}_{(15)} = \dot{14} + 10 \quad \ldots (1)$

$\overline{5qp6q}_{(15)} = \dot{16} + 10 \quad \ldots (2)$

$+ - + - + \leftarrow$

$p+q = \dot{14} - 10$

De (1) $\quad p + q + 5 + 6 + 9 = \dot{14} + 10 \longrightarrow p + q = \dot{14} + 4 \longrightarrow p + q = \cancel{4}\ ;\ 18$

De (2) $\quad 5 - \cancel{q} + p - 6 + \cancel{q} = \dot{16} + 10 \longrightarrow p = \dot{16} + 11 \longrightarrow p = 11 \quad ; q = 7$

Piden $\quad p \,.\, q = 11 * 7 = 77$

Clave: D

9. Si: N = $\overline{aabbaab3000b}_{(5)}$

calcular el residuo de dividir N entre 12.

A) 2 **B) 3** **C) 4**

D) 5 **E) 6**

$N \,\underline{|12}$ $\rightarrow N = \overset{\bullet}{12} + r$

r

Resolución

Sea N = $\overline{a\ a\ b\ b\ a\ a\ b\ 3\ 0\ 0\ 0\ b}_{(5)} = \overset{\bullet}{12} + r$

5 1 5 1 5 1 5 1 5 1 5 1

x5 x5

$25 = \overset{\bullet}{12} + 1$

$5a + a + 5b + b + 5a + a + 5b + 3 + b = \overset{\bullet}{12} + r \longrightarrow 12a + 12b + 3 = \overset{\bullet}{12} + r$

$\overset{\bullet}{12} + 3 = \overset{\bullet}{12} + r \longrightarrow r = 3$

Clave: B

10. Si el numeral $\overline{a53b72c4}$ es divisible entre 8 además al ser dividido entre 11 el residuo es 10 y al ser dividido entre 9 el residuo es 2, siendo a ≠ b, calcular (a + b + c)

A) 12 B) 15 C) 17 D) 19 E) 24

Resolución

Por dato

$$* \ \overline{a\,5\,3\,b\,7\,2\,c\,4} = \begin{cases} \dot{8} \\ \dot{11} + 10 + 55 \\ \dot{9} + 2 + 63 \end{cases}$$

4 2 1

$* \ a \neq b$

Por 8: $8 + 2c + 4 = \dot{8} \longrightarrow 2c + 12 = \dot{8}$

$c + 6 = \dot{4}$

$c = 2\,;6$

$* \ Por\ 99$: $\overline{a53b72c4} = \dot{99} + 65$

$\overline{a5} + \overline{3b} + 72 + \overline{c4} = \dot{99} + 65$

$\overline{ab} + 35 + 72 + \overline{c4} = \dot{99} + 65$

$\overline{ab} + \overline{c4} + 42 = \dot{99}$

Si $c = 2 \longrightarrow \overline{ab} + 66 = \dot{99} \longrightarrow \overline{ab} = 33$

(no es solución)

Si $c = 6 \longrightarrow \overline{ab} + 106 = \dot{99} \longrightarrow \overline{ab} = 92$

$\therefore a + b + c = 9 + 2 + 6 = 17$

Clave: C

11. Si: N = $\overline{a3(a+2)(2b)4243}_{(8)}$ es múltiplo de 63. Hallar: 2a+b

A) 6 **B) 7** **C) 12**

D) 15 **E) 14**

Resolución

Por dato

$$N = \overline{a\ \ 3\ \ (a+2)\ \ (2b)\ \ 4\ \ 2\ \ 4\ \ 3}_{(8)} = \dot{63}$$

8 1 8 1 8 1 8 1

x8 x8

$64 = \overset{\circ}{63} + 1$

Si $4N = \overset{\circ}{13} + 12$

$\rightarrow 1N = \overset{\circ}{13} + 3$

$$8a + 3 + 8a + 16 + 2b + 32 + 2 + 32 + 3 = \dot{63}$$

$$16a + 2b + 88 = \dot{63} \longrightarrow 8a + b + 44 = \dot{63}$$

63

$$8a + b = 19 \longrightarrow a = 2\ ;\ b = 3$$

$$\therefore 2a + b = 2(2) + 3 = 7$$

Clave: B

12. Hallar el resto de dividir el número:

N = $\overline{321aaa321aaa}_{(4)}$ entre 7

A) 1 **B) 2** **C) 3**

D) 4 **E) 0**

Resolución

Sea N = $\overline{3\ 2\ 1\ a\ a\ a\ 3\ 2\ 1\ a\ a\ a}_{(4)} = \dot{7} + r$

2 4 1 2 4 1 2 4 1 2 4 1

x4 x4 x4

Se cumple

$$6 + 8 + 1 + 2a + 4a + a + 6 + 8 + 1 + 2a + 4a + a = \dot{7} + r$$

$$14a + 30 = \dot{7} + r \longrightarrow \dot{7} + \dot{7} + 2 = \dot{7} + r \longrightarrow \dot{7} + 2 = \dot{7} + r$$

$\therefore r = 2$ **Clave: B**

13 ¿Cómo debe ser "a" para que $(7^7)^a$ sea un (m 5+2)?

A) m4

B) m4 + 1

C) m4 + 2

D) m4 + 3

E) m6 + 1

Resolución

Sea tiene $(7^7)^a = \dot{5} + 2$ $\rightarrow$ $7^{7a} = \dot{5} + 2$

Restos potenciales de 7, respecto al módulo 5

$$\left.\begin{array}{l} 7^0 = \dot{5} + 1 \\ 7^1 = \dot{5} + 2 \\ 7^2 = \dot{5} + 4 \\ 7^3 = \dot{5} + 3 \end{array}\right\} \quad G = 4$$

$$7^4 = \dot{5} + 1$$

$7 = \dot{4} + 3$

Se cumple

$$7a = \dot{4} + 1 \longrightarrow 3a = \dot{4} - 3 \longrightarrow a = \dot{4} - 1$$

$$\therefore a = \dot{4} + 3$$

Clave: D

14 ¿Cuántos valores puede aceptar en $\overline{abc}$ en : $368^{\overline{abc}} = \dot{11} + 9$

A) 60 **B) 90** **C) 120**

D) 150 **E) 180**

Resolución

$368 \,\underline{|\,11}$
$5 \quad 33$

Por dato $368^{\overline{abc}} = \dot{11} + 9$

R. P. de 368, respecto al módulo 11

$$\left.\begin{array}{l} 368^0 = \dot{11} + 1 \\ 368^1 = \dot{11} + 5 \\ 368^2 = \dot{11} + 3 \\ 368^3 = \dot{11} + 4 \\ \boxed{368^4 = \dot{11} + 9} \end{array}\right\} G = 5$$

$368^5 = \dot{11} + 1$

$\vdots$

Se cumple

$c = \dot{5} + 4$

$\overline{abc} = \dot{5} + 4 \longrightarrow c = 4\,;9$

$5 = 5^{1}$

Por el método combinatorio

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 9 & \times 10 & \times 2 \end{array} = 180\ \#s$$

Clave: E

15. En el sistema de base 8 la cifra de las unidades del número:
$\mathbf{4365^{43}.7937^{67}}$ **es:**

A) 1 **B) 2** **C) 3**
D) 4 **E) 5**

Resolución

Sea $N = 4365^{43}.7937^{67} = \cdots.r_{(8)} = \dot{8} + r$

Por propiedad: $IMPAR^{PAR} = \dot{8} + 1$

$N = 4365^{42}.4365.7937^{66}.7937$

$N = (\dot{8}+1)(\dot{8}+5)(\dot{8}+1)(\dot{8}+1)$

$N = \dot{8} + 5 \rightarrow r = 5$

Clave: E

4365 | 8
36 545
45
5

7937 | 8
73 992
17
1

PROPIEDAD

$\boxed{(IMPAR)^{PAR} = \dot{8}+1}$

Ejemplos

$3^4 = \dot{8}+1$

$5^2 = \dot{8}+1$

$27^{42} = \dot{8}+1$

16. Si : $23.23.23 \ldots \ldots .23 = \dot{5} + 2$(n factores) "n" puede ser:

A) $\dot{4}$ **B)** $\dot{4} + 1$ **C)** $\dot{4} + 1$

D) $\dot{4} + 3$ **E) No existe**

Resolución

Se tiene $23^{n} = \dot{5} + 2$

R. P. de 23, módulo (5)

$$\left.\begin{array}{l} 23^{0} = \dot{5} + 1 \\ 23^{1} = \dot{5} + 3 \\ 23^{2} = \dot{5} + 4 \\ \boxed{23^{3} = \dot{5} + 2} \end{array}\right\} G = 4$$

$23^{4} = \dot{5} + 1$

Se cumple

$n = \dot{4} + 3$

Clave: D

17. Calcular el menor valor de $\overline{abc}$ si:

$$\underbrace{(565656\ldots\ldots56)}_{20\text{ cfs}}{}^{\overline{abc}} = \dot{9} + 1$$

Dar (a + b – c)

A) 0 **B) 1** **C) –1**

D) 2 **E) -2**

Resolución

$*\ \overline{abc}$ es mínimo

$$*\ \underbrace{(565656\ldots\ldots56)}_{20\text{ cfs}}{}^{\overline{abc}} = \dot{9} + 1$$

$$(\dot{9} + 110)^{\overline{abc}} = \dot{9} + 1$$

$$(110)^{\overline{abc}} = \dot{9} + 1$$

R. P. de 110 ; módulo 9

$$\left.\begin{array}{l} 110^0 = \dot{9} + 1 \\ 110^1 = \dot{9} + 2 \\ 110^2 = \dot{9} + 4 \\ 110^3 = \dot{9} + 8 \\ 110^4 = \dot{9} + 7 \\ 110^5 = \dot{9} + 5 \end{array}\right\} G = 6$$

$$110^6 = \dot{9} + 1$$

Se cumple

$\overline{abc} = \dot{6} \longrightarrow \overline{abc} = 6k$

Como $\overline{abc}$ es mínimo

$k = 17 \longrightarrow \overline{abc} = 102$

Piden

$a + b - c = 1 + 0 - 2$

$a + b - c = -1$

Clave: C

18. 5^{70} en que cifra termina al ser escrito en base 11.

A) 5 **B) 3** **C) 10**

D) 1 **E) 2**

Resolución

Sea $5^{70} = \cdots . r_{(11)} = \dot{11} + r$

Por el teorema de Fermat $(p = 11;\ A = 5)$

$5^{10} = \dot{11} + 1$

Luego $5^{70} = (5^{10})^7 = (\dot{11} + 1)^7$

$5^{70} = \dot{11} + 1 \rightarrow r = 1$ **Clave: D**

TEOREMA DE FERMAT

Sea p un # primo y $A \neq \dot{p}$ se cumple

$$\boxed{A^{p-1} = \dot{p} + 1}$$

Ejemplo

Para $p = 7$; $A = 25$

$\rightarrow 25^6 = \dot{7} + 1$

19. Calcular a + b + c + m + n + p, sabiendo que todas son significativas y diferentes entre sí y que $\overline{abc}$ es el mayor posible y $\overline{mnp}$ es el menor posible. Además:

$$728^{\overline{abc}^{\overline{mnp}}} = \dot{6} + 2$$

A) 29 **B) 30** **C) 31**
D) 32 **E) 33**

Resolución

$*\ a \neq b \neq c \neq m \neq n \neq p \neq 0$

$*\ \overline{abc}$ es máximo ; $\overline{mnp}$ es mínimo

$*\ 728^{\overline{abc}^{\overline{mnp}}} = \dot{6} + 2$

R. P. de 728 ; módulo (6)

$728^0 = \dot{6} + 1$

$728^1 = \dot{6} + 2$

$728^2 = \dot{6} + 4$

$728^3 = \dot{6} + 2$

$728^4 = \dot{6} + 4$

Se cumple

$\overline{abc}^{\overline{mnp}}$ = impar

$\overline{abc}$ es impar

$\overline{abc}$ = 987

$\overline{mnp}$ = 123

$\therefore\ a + b + c + m + n + p = 24 + 6 = 30$

Clave: B

20. ¿Cuál es el residuo de dividir:

$$1426^{1425^{1424^{\cdot^{\cdot^{1}}}}}$$

Entre 7?

A) 2 **B) 4** **C) 6**

D) 1 **E) 3**

Resolución

Sea $E = 1426^{1425^{1424^{\cdot^{\cdot^{1}}}}} = \dot{7} + r$

Luego $5^{\overbrace{1425^{1424^{\cdot^{\cdot^{1}}}}}^{E}} = \dot{7} + r$

R. P. de 5 ; módulo (7)

$$\left.\begin{array}{l} 5^0 = \dot{7} + 1 \\ 5^1 = \dot{7} + 5 \\ 5^2 = \dot{7} + 4 \\ 5^3 = \dot{7} + 6 \\ 5^4 = \dot{7} + 2 \\ 5^5 = \dot{7} + 3 \end{array}\right\} G = 6$$

$5^6 = \dot{7} + 1$

Observación

$E = (\dot{6} + 3)^{1424^{\cdot^{\cdot^{1}}}}$

$E = \dot{6} + 3 \longrightarrow r = 6$

Clave: C

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS